

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1993/94

April 1994

EUM 221 - KEBARANGKALIAN DAN STATISTIK GUNAAN

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 8 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan, di dalam Bahasa Malaysia.

Markah bagi setiap soalan adalah 100. Pecahan markah bagi bahagian-bahagian soalan adalah seperti di dalam kurungan (....).

Mesin hitung boleh digunakan dan proses kiraan mestilah ditunjuk dengan jelas.

- 2 -

1. (a) Berikan takrif yang berikut:-

- (i) Proses Stokastik
- (ii) Proses Markov
- (iii) Proses Pegun

(15%)

(b) Bagi suatu proses Markov, kebarangkalian rantai dalam keadaan j pada masa t diberi oleh,

$$P_j(t) = P(X_t = j), j \in s = \{0, 1, 2, \dots\}$$

Jika $P^{(t)}$ ialah taburan kebarangkalian yang dihuni pada masa t dengan

$$\sum_{j \in s} P_j^{(t)} = 1$$

Tunjukkan bahawa:

$$P^{(t+1)} = P^{(t)} \cdot P, \forall t \text{ dan } P \text{ ialah matriks peralihan.}$$

(25%)

(c) Pengurus pengeluaran sebuah kilang mengendalikan dua buah mesin secara berasingan. Tetapi setiap hari tidak lebih dari sebuah mesin sahaja yang berfungsi. Kebarangkalian mesin itu rosak ialah p dan mesin itu biasanya rosak pada akhir waktu bekerja. Hanya seorang juruteknik disediakan untuk membaiki mesin yang rosak. Juruteknik ini mengambil masa selama dua hari untuk membaiki mesin yang rosak dan ia hanya membaiki sebuah mesin sahaja pada setiap masa.

- (i) Binalah model stokastik yang menerangkan bagaimana kilang itu bekerja.
- (ii) Modelkan situasi ini sebagai proses Markov dengan menulis matrik peralihannya.
- (iii) Katakan kebarangkalian mesin itu rosak ialah 0.4 dan taburan awal ialah $(0.2 \ 0.4 \ 0.1 \ 0.3)$. Tentukan taburan kebarangkalian keadaan yang dihuni pada masa $t = 3$. Carilah juga taburan keseimbangan proses Markov ini.

(60%)

2. (a) Jika X dan Y ialah dua pembolehubah rawak selang dengan fungsi kebarangkalian tercantum $h(x,y)$, berikan takrif yang berikut:-

- (i) Fungsi kebarangkalian sut bagi X dan taburan sut bagi Y.
- (ii) Fungsi kebarangkalian bersyarat Y diberi $X = x$.
- (iii) Fungsi taburan kumulatif, $F(X,Y)$.
- (iv) X dan Y ialah pembolehubah rawak bebas.

(25%)

- (b) Katakan X dan Y ialah dua pembolehubah rawak dengan fungsi kebarangkalian tercantum,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+y+1}{24} & , \quad \begin{matrix} x = 0, 1; \\ y = 0, 1, 2, 3 \end{matrix} \\ 0 & , \quad \text{lain - lain} \end{cases}$$

- (i) Dapatkan fungsi kebarangkalian sut bagi X dan fungsi kebarangkalian sut bagi Y.
- (ii) Tentukan fungsi kebarangkalian bersyarat Y diberi $X = 1$.
- (iii) Carilah juga min dan varians bagi $(Y|x = 1)$

(35%)

- (c) Bila arus I (diukur dalam amperes) mengalir melalui rintangan R (diukur dalam ohms), kuasa, W (diukur dengan watts) yang terbina diberi oleh,

$$W = I^2 R$$

Katakan I dan R ialah dua pembolehubah rawak bebas dengan fungsi kebarangkalian sut,

$$f_I(x) = 6x(1-x), 0 \leq x \leq 1$$

$$f_R(x) = 2x, 0 \leq x \leq 1$$

Tentukan,

- (i) fungsi kebarangkalian bagi W
- (ii) $p(I|R = 0.5)$ dan $P(R|I = 0.5)$
- (iii) apakah pendapat anda mengenai pembolehubah rawak I dan R ini dan perhubungannya dengan W ?

(40%)

3. (a) Data penentuan kandungan sulfur yang diperolehi dari sampel gred piawai pemanasan minyak di makmal A dan makmal B adalah seperti berikut:-

	Kandungan Sulfur					Min	Varians
Makmal A	2.6	4.1	3.5	3.8	3.1	3.42	0.347
Makmal B	3.4	3.2	3.8	2.8	4.2	3.48	0.292

- (i) Dengan beranggapan bahawa data di atas tertabur secara normal dengan min populasi μ_A dan μ_B dan varians populasinya sama dengan nilai σ^2 , dapatkan 90% selang keyakinan dua hala bagi $\mu_A - \mu_B$.
- (ii) Ujilah bahawa anggapan varians populasi bagi Makmal A dan Makmal B itu sama adalah benar. Apakah rumusan yang anda perolehi.
- (iii) Sekiranya anggapan itu benar, carilah 95% selang keyakinan dua hala bagi σ^2 itu.

(40%)

- (b) Bahagian Matematik Kejuruteraan telah membuat kajian mengenai perhubungan di antara keputusan peperiksaan EUM 101 dengan masa belajar seminggu dan ujian akal (IQ test) bagi 10 orang pelajar. Data yang diperolehi adalah seperti berikut:-

Bil. Pelajar	Masa Belajar Seminggu (jam), X_1	Ujian IQ, X_2	Keputusan Peperiksaan, Y
1	9	99	56
2	6	100	45
3	12	119	80
4	14	95	73
5	11	110	71
6	6	117	55
7	19	98	95
8	16	101	86
9	3	100	34
10	9	115	66

Dari data di atas, dapatkan;

- (i) regresi mudah Y dan X_1 , Y dan X_2
- (ii) regresi – regresi berganda Y dan X_1 , X_2
- (iii) pekali korelasinya

Berikan pendapat anda mengenai analisis data tersebut?

(60%)

4. (a) Berikan perbezaan di antara analisis varians satu hala dan analisis varians dua hala.

Katakan terdapat 4 kaedah kimia piawai digunakan untuk menentukan kandungan magnisium dalam suatu campuran kimia tertentu. Bagi setiap kaedah 4 kali ujian dijalankan ke atas campuran yang diberi dan menghasilkan data berikut:-

KAEDAH			
1	2	3	4
76.42	80.41	74.20	86.20
78.62	82.26	72.68	86.04
80.40	81.15	78.84	84.36
78.20	79.20	80.32	80.67

Adakah data di atas menunjukkan bahawa tidak ada perbezaan yang berkesan di antara kaedah-kaedah tersebut ke atas kandungan magnisium dalam suatu campuran kimia itu?

(50%)

- (b) Suatu eksperimen telah direkabentuk bagi menguji kesan-kesan perbezaan 3 jenis gasoline dengan 3 jenis bahan tambah. Dalam eksperimen tersebut, 9 jenis motor digunakan dengan 5 gelen bagi setiap pasangan gasoline dan bahan tambah. Data dari ujian tersebut adalah seperti berikut:-

Kadar batuan yang diperolehi:

		BAHAN TAMBAH		
		A	B	C
Gasoline	1	124.1	131.5	127.0
	2	126.4	130.6	128.4
	3	127.2	132.7	125.6

- (i) Ujilah hipotesis bahawa gasoline yang digunakan tidak memberi kesan yang bererti terhadap kadar batuan.
- (ii) Ujilah hipotesis bahawa jenis-jenis bahan-tambah yang digunakan adalah sama.
- (iii) Apakah rumusan yang anda perolehi daripada ujian tersebut?

(50%)